

**Легеза В.П.**

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

**Нещадим О.М.**

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ДЕМПФІРУВАННЯ ПОЗДОВЖНІХ ВПЛИВІВ В СИСТЕМІ З АМОРТИЗАТОРАМИ СУХОГО ТЕРТЯ

Запропоновано нову систему демпфірування поздовжніх транспортних впливів на великогабаритні вантажі на основі використання спеціальних амортизаційних турнікетів сухого тертя. В роботі змодельовано екстремальний варіант динамічного навантаження чотирьохмасової транспортної системи із запропонованою системою амортизації вантажів. Побудову рівнянь руху елементів транспортної системи виконано методом Даламбера. Динаміка системи досліджувалась з використанням методів математичного моделювання та теорії коливань зв'язаних механічних систем зі скінченим числом ступенів свободи. Отриману систему чотирьох суттєво нелінійних диференціальних рівнянь руху було проінтегровано числовими методами із використанням розробленої програми. У ході числових експериментів встановлено основні регулюючі характеристики запропонованих амортизаторів, які впливають на якість їх функціонування. Показано, що радіус циліндричних поверхонь амортизуючих вантажоопорних вузлів є потужним регулятором рівня динамічних навантажень на транспортвані конструкції і опорні платформи. Дано кількісну оцінку ефективності використання амортизаторів сухого тертя щодо зниження рівня динамічного впливу на вантажі. Показано, що при використанні запропонованих амортизаторів рівень поздовжніх динамічних впливів на вантажі можна знизити більш ніж у 6 разів порівняно з існуючим традиційним способом залізничного транспортування. У результаті числового аналізу динамічної поведінки транспортної системи встановлено, що для суттєвого зниження рівня поздовжнього транспортного впливу на вантажі їх фіксація відносно вагонів має здійснюватися у «рухомо-регульований спосіб» (на відміну від традиційної «жорсткої» фіксації вантажу на опорних платформах). Використання амортизуючих вузлів призводить також до зменшення динамічних впливів на опорні платформи порівнянні з «жорстким» способом кріплення вантажів.

**Ключові слова:** математична модель, процес демпфірування, транспортна система, турнікет, амортизатор сухого тертя, поздовжні динамічні впливи.

**Постановка проблеми.** У даній роботі розглядається динаміка механічної системи з амортизаційними турнікетами із сухим тертям. Вони використовуються для бездефектного транспортування великогабаритних конструкцій залізницею. Турнікети є простими у виготовленні і експлуатації, ефективні і надійні при амортизації поздовжніх ударів, не вимагають облаштування додатковими елементами демпфірування. Ефект амортизації поздовжніх ударів з використанням таких турнікетів досягається за рахунок підйому вантажу на вантажоопорних вузлах і розсіювання значної частини енергії, що припадає на роботу сил тертя. Ці пристрої мають ряд технічних переваг перед відомими турнікетами з катковими і маятниковими амортизаторами. Основна їхня

перевага полягає в тому, що в транспортній системі, обладнаній турнікетами криволінійного профілю з сухим тертям, всі перехідні післяударні процеси відбуваються швидко, без виникнення тривалих коливальних рухів з можливими поздовжніми і вертикальними резонансами.

При побудові математичної моделі процесу зіткнення транспортної системи враховувався взаємний динамічний вплив рухів великогабаритного вантажу і несучих його опорних платформ. Цей вплив здійснюється за рахунок голономних в'язей, реалізованих в амортизаторах вантажоопорних вузлів, і пружно-фрикційних в'язей автозчепок опорних платформ. В моделі також враховано сили тертя ковзання на вантажоопорних вузлах і сили опору руху несучих платформ,

а також вагона-упору після зіткнення. Окрім того, в моделі враховано поворот довгомірного вантажу на опорах. Відсутність адекватної математичної моделі процесу амортизації в системі стримує впровадження нового способу транспортування великогабаритних вантажів залізницею.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** При перевезеннях великогабаритних вантажів залізницею особливо небезпечними є поздовжні динамічні навантаження, які зумовлені відносними поздовжніми коливаннями і ударами несучих платформ. Значної інтенсивності вони досягають під час екстремальних режимів руху поїздів (наприклад, в процесі сортувальних робіт по формуванню поїздів або під час екстреного гальмування) та передаються від платформ вантажу через закріплюючі пристрої. Разом з тим для певних категорій вантажів (особливо тонкостінних та малоармованих) поздовжні навантаження не є проектно-розрахунковими, тому головна задача полягає в зменшенні рівня поздовжніх інерційних сил, які діють як на залізничні платформи, так і на вантажі [1–3, 5–14, 19].

Для великогабаритних залізобетонних конструкцій проблема збереження їх якості на стадії залізничних перевезень стоїть ще більш гостро. Наприклад, під час перевезень залізницями України руйнується або піддається значним пошкодженням біля 5% великогабаритних залізобетонних конструкцій, які потребують капітального ремонту ще до того, як вони мають бути встановлені на майбутній споруді [1–3, 7–12, 14].

Причина виникнення такої ситуації полягає в тому, що на зчехах платформ великогабаритні конструкції закріплюються і перевозяться переважно за «жорсткою» схемою [1–3, 5, 6, 9–12, 14, 19, 20, 24, 25].

У відповідності до такої схеми один кінець довгомірної конструкції жорстко закріплюють відносно однієї опорної платформи, а обпирання іншого кінця здійснюють рухомим, з невеликим вільним ходом (на максимальну величину  $\Delta = 0,15$  м) відносно іншої платформи зчепу. Зазвичай цього вільного ходу недостатньо і коли він вибирається, відбувається жорсткий удар хребтових балок несучих платформ, який і призводить до пошкодження закріплюючих елементів та руйнування транспортованого вантажу та вагонів.

Масові перевезення великогабаритних конструкцій в Україні здійснюються за допомогою універсальних залізничних платформ та відкритих вагонів, які не обладнані спеціальними рухо-

мими хребтовими балками. Ось чому з метою збереження якості особливо чутливих вантажів на стадії транспортування універсальні платформи додатково обладнують спеціальними вантажоопорними амортизуючими вузлами [1–2, 6–12, 14].

Запропонована робота є продовженням досліджень авторів в області динаміки транспортних систем, які обладнано вантажоопорними вузлами з амортизаторами і гасниками різних конструкцій [7, 8, 22, 23]. Близькі технічні рішення і розробки амортизаторів поздовжніх ударів знайшли реальне практичне застосування в процесі перевезень великогабаритних конструкцій на зчехах залізничних платформ [1–2, 5–7, 9–11, 13–15, 24, 25].

Динамічні задачі зазначеного спрямування описуються і розв'язуються в рамках теорії коливань та теорії удару твердих тіл із залученням теоретичних основ динаміки вагонів [4–6, 9, 10, 13, 16, 19–21].

В роботах авторів з країн далекого зарубіжжя до останнього часу не було відмічено достатньо узагальнюючих і глибоких досліджень стосовно нових способів розміщення і закріплення довгомірних вантажів. Це пояснюється тим, що за кордоном для залізничних перевезень використовуються платформи із рухомими («плаваючими») хребтовими балками [5, 6, 10, 19–21, 24, 25], що створює достатньо комфортні умови для перевезення вантажів і експлуатації рухомого складу. Тому додаткова або індивідуальна амортизація вантажів до певного часу не була потрібна. Слід зазначити, що віброзахисне обладнання типу рухомої хребтової балки або «плаваючого» вантажного настилу має значну вартість.

В наукових роботах останніх років фахівці в області залізничних перевезень активно вдосконалюють методи динамічних розрахунків великовагових поїздів. У статтях [16–21, 25] з різних сторін досліджується еволюція моделювання поздовжньої динаміки великовагових поїздів (LTD).

У зазначених роботах особливу увагу було направлено на розробку нових способів закріплення великогабаритних вантажів на рухомому складі, на моделювання міжвагонних в'язей зі збільшеним ходом, а також на вивчення нових динамічних ефектів при коченні колісних пар по рейковому шляху в умовах високих швидкостей руху. Так, наприклад Шведське агентство інноваційних систем спільно з національним управлінням залізниць Швеції ініціювали і профінансували великий проект під назвою «Устаткування для раціонального кріплення вантажів на залізничних вагонах» [15].

Головний нормативний документ Єврокомісії [24] (в останній редакції від 2019 року) позиціонується як єдиний нормативний документ для всіх країн Євросоюзу, відповідно до якого слід виконувати розрахунки динамічних навантажень, розробляти і погоджувати нові схеми навантаження і кріплення різноманітних вантажів (в тому числі великовагових і довгомірних) на залізничному рухомому складі.

Стрімкий розвиток програмного забезпечення і комп'ютерних технологій надають широкі можливості для створення адекватних розрахункових математичних моделей складних транспортних систем. Це дозволяє досліджувати їх динамічну поведінку з урахуванням реальних умов руху вантажних поїздів, аналізувати проблемні питання динамічних процесів та розробляти нові способи закріплення вантажів на рухомому складі.

Разом з тим слід вказати на недостатні точність, адекватність і глибину досліджень динаміки складних систем «зчеп з двох або трьох несучих платформ–великогабаритний вантаж» з рухомими турнікетно-закріплюючими пристроями. Це пояснюється тим, що в процесі постановки і розв'язання подібних задач дослідники використовували спрощені розрахункові моделі [1, 2, 11, 14].

В основній масі робіт в цій галузі пріоритети і цілі досліджень, в першу чергу, спрямовувалися на вивчення динаміки вагонів, а не на визначення і зниження рівня динамічних навантажень на транспортвані конструкції. Тому математичні моделі і розрахункові схеми, які розроблялися в рамках зазначених динамічних досліджень, не дають можливості об'єктивно оцінити рівень динамічних навантажень на транспортвані великогабаритні вантажі і конструкції несучих платформ [1, 2, 9, 11, 12, 14, 19–20]. Ось чому в цій частині моделювання процесу зіткнення механічної системи «зчеп з двох несучих екіпажів–великогабаритний вантаж» вимагає перенесення акцентів в напрямку дослідження оцінки рівня динамічних навантажень на транспортвані конструкції, а не тільки на несучі їх платформи.

**Метою даної роботи** є кількісна оцінка ефективності функціонування амортизаторів криволінійного профілю з сухим тертям при перевезенні важких і великогабаритних вантажів залізничним транспортом.

**Виклад основного матеріалу. Вихідні технічні дані для побудови математичної моделі.** Кожен вантажоопорний вузол складається з двох частин: його верхня частина (верхня опорна рама) має амортизуючу циліндричну поверхню і шар-

нірно закріплена відносно вантажу, що перевозиться. Нижня частина (нижня опорна рама) нерухомо закріплена відносно підлоги опорної платформи і обладнана ковзуном із жорсткою фіксацією (рис. 1).

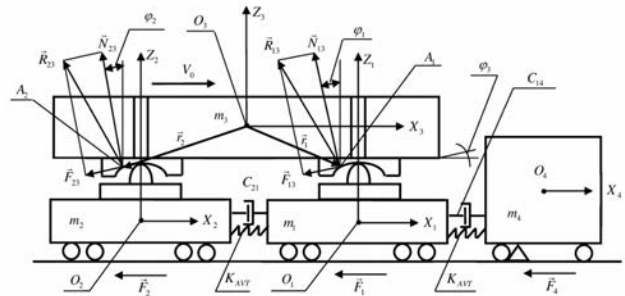


Рис. 1. Розрахункова схема транспортної системи з амортизуючими вузлами

Криволінійну поверхню кожної верхньої опори виконано у вигляді частини горизонтального круглого циліндра, напрямна якого є частиною кола з постійним радіусом  $R$ , а твірні перпендикулярні площині малюнка. В процесі післяударного руху робоча циліндрична поверхня верхньої опори фрікційно взаємодіє із ковзуном нижньої опорної рами. Кожна верхня рама обладнана спеціальним упором, який обмежує взаємні переміщення обох рам фіксованою величиною  $1\text{ м}$  в разі вичерпання амортизуючого ходу верхньої рами відносно нижньої. Технічні рішення лінійки запропонованих турнікетів захищені патентами України на винаходи [7, 8, 22, 23].

На зчепі з двох опорних платформ з масами  $m_1$  і  $m_2$  закріплено великогабаритний вантаж з масою  $m_3$  і довжиною  $2L$  за допомогою описаних вище амортизуючих турнікетів симетрично відносно вузла зчеплення платформ. Далі завантажений зчеп з початковою швидкістю  $V_0$  накочується на загальмований вагон-упор з масою  $m_4$  (рис. 1), який має можливість рухатися (ковзати) вздовж рейкового полотна.

Після зіткнення зчеп з двох опорних платформ з вантажем і вагон-упор з'єднуються незвільнюючою в'яззю в єдину чотиримасову механічну систему за рахунок зчеплення двох автозчепок передньої опорної платформи зчепу і вагона-упору. Потім під дією сил інерції система зв'язаних твердих тіл переміщується вздовж рейкового полотна, одночасно здійснюючи відносні коливальні рухи (рис. 1). Описана схема зіткнення відображає реальну картину, що виникає при сортуванні і маневрах рухомого складу, і є найбільш не вигідною (екстремальною) з точки зору рівня динамічних навантажень і цілісності великогабаритних вантажів на стадії залізничних перевезень.

Проміжне післяударне положення, якого в динаміці набуває вантаж за рахунок переміщення на вантажоопорних вузлах і повороту на кут  $\varphi_3$ , на рис. 1 не показано. Однак це положення можна легко уявити, зобразивши на рис. 1 радіуси-вектори  $\vec{r}_1$  і  $\vec{r}_2$ , що з'єднують центр мас  $O_3$  вантажу та поточні точки  $A_1$  і  $A_2$ . Точки  $A_1$  і  $A_2$  представляють собою проєкції на площину малюнка ліній контакту (в динаміці) ковзунів нижніх опорних рам і відповідних циліндричних поверхонь верхніх опорних рам вантажоопорних вузлів, розміщених на передній і задній несучих платформах відповідно (рис. 1).

Побудова математичної моделі процесу амортизації інерційних навантажень при зіткненні зчепу здійснювалася при наступних **припущеннях**:

- система представляє собою механічну систему зв'язаних твердих тіл;
- тертя ковзання описується у відповідності до закону Кулона – Амонтона;
- верхні опорні рами амортизуючих вузлів переміщуються поступально і їх маси віднесені до маси вантажу; нижні опорні рами жорстко з'єднані з опорними платформами, а їх маси додані до мас опорних платформ;
- залізнична колія є абсолютно жорсткою, прямою і розташованою на горизонтальній поверхні; вертикальна динаміка платформ не враховується;
- радіус кривини ковзунів  $\rho$  і радіус  $R$  напрямної амортизуючих циліндричних поверхонь задовольняють співвідношення  $\rho / R \rightarrow 0$ , тому можна знехтувати зміщенням ліній контакту по робочих поверхнях ковзунів в процесі відносного руху вантажу на опорах;
- розглядаються малі кути  $\varphi_3$  повороту великогабаритного вантажу на опорах навколо його центру мас (що має місце на практиці) (рис. 1).

Параметри для моделювання вагона-упору обиралися на підставі теоретичних і експериментальних досліджень [1, 2, 5, 9, 10, 11, 22, 23]. Його маса прийнята рівною  $m_4 = 145,7$  т, а коефіцієнт сухого тертя в процесі його післяударного ковзання – рівним  $\mu_4 = 0,15$ .

Розглянемо **силові фактори**, що діють на елементи системи. Моделювання деформаційно-силових характеристик автозчепок (міжвагонних в'язей) із врахуванням демпфування їх поглинаючих апаратів виконувалося за формулою [6, 9, 10]:

$$P_{ij} = 0,5K_{AVT}(x_i - x_j) + C_{ij}(\dot{x}_i - \dot{x}_j), \quad (1)$$

де  $K_{AVT}$  – жорсткість одного поглинаючого апарату ( $K_{AVT} = 17$  Мн/м);  $C_{ij}$  – коефіцієнт демпфування (в'язького опору) двох поглинаючих апаратів ( $C_{ij} = 0,26$  Мн/м).

Модулі сил тертя на амортизаторах вантажоопорних вузлів визначалися таким чином:

$$F_{i3} = N_{i3}\mu_{i3}\text{sign}(\dot{x}_3 - \dot{x}_i) \quad (i = 1, 2), \quad (2)$$

де  $N_{i3}$  – модуль нормальної складової реакції  $\vec{R}_{i3}$  вантажоопорного вузла (рис. 1), який розміщено на  $i$ -й опорній платформі;  $\mu_{i3}$  – коефіцієнт сухого тертя при переміщенні верхньої опорної рами по ковзуну вантажоопорного вузла, закріпленого на  $i$ -й опорній платформі,  $i = 1, 2$ .

Формула для визначення величини сил опору при переміщенні  $i$ -ї опорної платформи вздовж рейкового полотна, яка враховує тертя кочення колісних пар, тертя в буксах та інші дисипативні фактори, має вигляд

$$F_i = (m_i g + R_{i3}^z) \omega_{i3} \text{sign}(\dot{x}_i) \quad (i = 1, 2), \quad (3)$$

де  $\omega_{i3} = 0,005$  – питомий опір коченню  $i$ -ї опорної платформи [5, 9, 10, 11, 13];  $R_{i3}^z$  – модуль вертикальної складової реакції  $\vec{R}_{i3}$  вантажоопорного вузла, розміщеного на  $i$ -й платформі.

Запишемо формули визначення реакцій в'язей  $\vec{R}_{i3}$  амортизуючих вузлів

$$\vec{R}_{i3} = (-N_{i3} \sin \varphi_i - F_{i3} \cos \varphi_i, 0, N_{i3} \cos \varphi_i - F_{i3} \sin \varphi_i) \quad (i = 1, 2), \quad (4)$$

де  $\varphi_i$  – кут відхилення вектора нормалі  $\vec{N}_{i3}$ , проведеного в точці  $A_i$  дотику ковзуна і циліндричної поверхні верхньої рами, відносно вертикалі  $OZ$  на  $i$ -й опорній платформі (рис. 1).

**Побудова рівнянь руху транспортної системи.** На основі загальних теорем динаміки систем зв'язаних твердих тіл запишемо рівняння руху центрів мас досліджуваної механічної системи в проєкціях на горизонтальну вісь  $OX$  (рис. 1)

$$m_1 \ddot{x}_1 = -P_{14} + P_{21} + N_{13} \sin \varphi_1 + F_{13} \cos \varphi_1 - F_1; \quad (5)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -P_{21} + N_{23} \sin \varphi_2 + F_{23} \cos \varphi_2 - F_2; \quad (6)$$

$$m_3 \vec{V}_3 = \vec{R}_{13} + \vec{R}_{23} - m_3 g \vec{k}; \quad (7)$$

$$m_4 \ddot{x}_4 = P_{14} - F_4, \quad (8)$$

де  $F_4 = m_4 g \mu_4 \text{sign}(\dot{x}_4)$  – сила тертя ковзання, яка перешкоджає післяударному рухові вагона-упору  $m_4$ ;  $\vec{V}_3$  – прискорення центру мас вантажу  $m_3$ .

На підставі результатів теореми про збереження кінетичного моменту запишемо векторне рівняння, яке описує поворот вантажу на опорах

$$J_3 \ddot{\varphi}_3 \vec{j} = \vec{r}_1 \times \vec{R}_{13} + \vec{r}_2 \times \vec{R}_{23}, \quad (9)$$

де  $J_3$  – момент інерції великогабаритного вантажу відносно осі  $O_3 Y_3'$  (тут  $O_3 X_3' Y_3' Z_3'$  – рухома система осей, яка зв'язана з центром мас  $O_3$  вантажу);  $\varphi_3$  – кут повороту вантажу на опорах,  $\sin(\varphi_3) \approx \varphi_3$ ;  $\vec{r}_i$  – радіуси-вектори (рис. 1), які з'єднують центр мас  $O_3$  вантажу та точки  $A_1$  і  $A_2$  прикладання реакцій  $\vec{R}_{i3}$  в'язей і визначаються так:

$\vec{r}_1 = (l - \varphi_3 h, 0, -l\varphi_3 - h)$ ;  $\vec{r}_2 = -(l + \varphi_3 h, 0, h - l\varphi_3)$ ,  
де  $2l$  – відстань між центрами верхніх опорних  
рам;  $2h$  – висота вантажу.

Далі визначимо кути  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  як функції від-  
носних переміщень вантажу на опорах. Верти-  
кальні переміщення  $z_{i3}$  вантажу  $m_3$  на кожній  
з опор отримаємо із формул

$$z_{i3} = R - \sqrt{R^2 - (x_3 - x_i)^2} \quad (i = 1, 2). \quad (10)$$

Визначимо прискорення  $\vec{V}_3$  центру мас вантажу

$$\vec{V}_3 = (\ddot{x}_3, 0, (\ddot{z}_{13} + \ddot{z}_{23})/2). \quad (11)$$

З (10) знайдемо вираз для кута повороту  $\varphi_3$   
вантажу  $m_3$  на опорах:

$$\varphi_3 = (\sqrt{R^2 - (x_3 - x_1)^2} - \sqrt{R^2 - (x_3 - x_2)^2})/2l. \quad (12)$$

З виразу (12) встановимо вираз для кутового  
прискорення  $\ddot{\varphi}_3$ :

$$\ddot{\varphi}_3 = [Q_{23}(\ddot{x}_3 - \ddot{x}_2) - Q_{13}(\ddot{x}_3 - \ddot{x}_1) + T_{23} - T_{13}]/2l, \quad (13)$$

де  $Q_{i3} = \frac{x_3 - x_i}{\sqrt{R^2 - (x_3 - x_i)^2}}$ ;  $T_{i3} = \frac{R^2(x_3 - x_i)^2}{[R^2 - (x_3 - x_i)^2]^{3/2}}$ ,  
 $i = 1, 2$ .

Кути  $\varphi_i, i = 1, 2$  визначимо у такий спосіб:

$$\sin(\varphi_i) = \frac{x_3 - x_i}{R}, \quad i = 1, 2. \quad (14)$$

Запишемо векторний добуток (9) із врахуван-  
ням виразів (4), (12)–(14):

$$\frac{J_3}{2l} [Q_{23}(\ddot{x}_3 - \ddot{x}_2) - Q_{13}(\ddot{x}_3 - \ddot{x}_1) + T_{23} - T_{13}] = \alpha_2 N_{23} - \alpha_1 N_{13}, \quad (15)$$

де  $\alpha_1 = (l - h\varphi_3)\beta_1 - (h + l\varphi_3)\gamma_1$ ;

$$\alpha_2 = (l + h\varphi_3)\beta_2 + (h - l\varphi_3)\gamma_2; \quad v = \beta_1 + \alpha_1\beta_2/\alpha_2;$$

$$\beta_i = \cos \varphi_i - \mu_{i3} \sin \varphi_i \operatorname{sign}(\dot{x}_3 - \dot{x}_i);$$

$$\gamma_i = \sin \varphi_i + \mu_{i3} \cos \varphi_i \operatorname{sign}(\dot{x}_3 - \dot{x}_i), (i = 1, 2);$$

$$N_{13} = H_{13}(\ddot{x}_3 - \ddot{x}_1) + E_{13}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + D_{13};$$

$$N_{23} = H_{23}(\ddot{x}_3 - \ddot{x}_1) + E_{23}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + D_{23}.$$

Після виключення реакцій  $\vec{R}_3$  в'яези зведемо  
систему рівнянь (5)–(9), (11), (15) до виду, який  
є зручним для числового інтегрування. В резуль-  
таті отримаємо замкнену систему нелінійних  
диференціальних рівнянь відносно невідомих  
прискорень  $\ddot{x}_i, i = 1, 4$  у вигляді

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ P_{14} - F_4 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

де  $a_{21} = m_1 + \gamma_1 H_{13}$ ;  $a_{22} = \gamma_1 E_{13}$ ;  $a_{23} = -\gamma_1 (H_{13} + E_{13})$ ;  
 $b_2 = -P_{14} + P_{21} + \gamma_1 D_{13} - F_1$ ;

$$a_{31} = \gamma_2 E_{23}; \quad a_{32} = m_2 + \gamma_2 E_{23}; \quad a_{33} = -\gamma_2 (H_{23} + E_{23});$$

$$b_3 = -P_{21} + \gamma_2 D_{23} - F_2;$$

$$H_{23} = \left( \alpha_1 H_{13} - \frac{J_3}{2l} Q_{13} \right) / \alpha_2; \quad H_{13} = \frac{Q_{13}}{2v} \left( m_3 + \frac{\beta_2 J_3}{\alpha_2 l} \right);$$

$$E_{13} = \frac{Q_{23}}{2v} \left( m_3 - \frac{\beta_2 J_3}{\alpha_2 l} \right);$$

$$D_{13} = \left( \frac{m_3}{2} (T_{13} + T_{23}) + m_3 g + \frac{\beta_2 J_3}{\alpha_2 l} (T_{13} - T_{23}) \right) / v;$$

$$E_{23} = \left( \alpha_1 E_{13} + \frac{J_3}{2l} Q_{23} \right) / \alpha_2;$$

$$D_{23} = (\alpha_1 D_{13} + J_3 (T_{23} - T_{13}) / 2l) / \alpha_2.$$

**Результати числового аналізу динаміки  
механічної системи.** Для дослідження динаміч-  
них процесів, які відбуваються після зіткнення

транспортної системи у часі  $t$ , була обрана реальна  
транспортна система з такими параметрами:  
 $l = 6$  м;  $L = 12$  м;  $h = 1,5$  м;  $m_1 g = m_2 g = 0,287$  Мн;  
 $m_3 g = 0,775$  Мн;  $m_4 g = 1,46$  Мн;  $R = 1,625$  м;  
 $\mu_{13} = 0,2$ ;  $\mu_4 = 0,15$ . Початкові умови руху зчепу  
перед зіткненням були задані такими:  $x_i = 0, i = 1, 4$ ;  
 $\dot{x}_j = 2,78$  м/с (10 км/год),  $j = 1, 3$ ;  $\dot{x}_4 = 0$  м/с.

Для аналізу обрано ті динамічні характерис-  
тики системи, рівень яких визначає міру збе-  
реження якості вантажу при залізничних пере-  
везеннях. Такими характеристиками в цьому  
дослідженні є: абсолютні переміщення, швидко-  
сті і прискорення центрів мас (ЦМ) елементів сис-  
теми; динамічне поздовжнє прискорення ЦМ ван-  
тажу  $\ddot{x}_3$ ; реакції опор  $\vec{R}_3$ ; поздовжня інерційна  
сила  $F_{in}$ , яка діє на вантаж; зусилля у автозчепках  
 $P_{14}, P_{21}$  між відповідними платформами; відносні  
поздовжні  $x_{31}, x_{32}$  і вертикальні переміщення  $z_{31},$   
 $z_{32}$  вантажу на опорах. Перейдемо до результатів  
числового аналізу.

Криві, показані на рис. 2, описують зміну  
швидкостей ЦМ елементів системи в залежності  
від часу  $T$ . Символами  $v1, v2, v3, v4$  позначено  
абсолютні швидкості  $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4$  кожної з чоти-  
рьох мас системи відповідно.

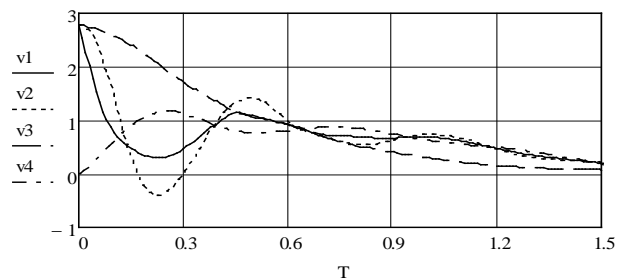


Рис. 2. Графіки зміни швидкостей центрів мас  
елементів системи

Як видно з наведених графіків, всі основні  
перехідні процеси в системі швидко згасають  
вже впродовж 1,5 с після зіткнення. Аперіодичний  
характер кривої швидкості вантажу  $v3$   
якісно відрізняється від виду кривих швидкостей

$v_1, v_2, v_4$  опорних платформ та вагона-упору, які мають коливальний згасаючий характер. На деяких часових відрізках вантаж «залипає» на опорах, оскільки швидкості вантажу і несучих його платформ збігаються. Далі на рис. 3 показано дві криві, що описують відносні поздовжні переміщення вантажу  $x_{31}$  і  $x_{32}$  на опорах в часі  $T$ . Максимальне відносне переміщення вантажу досягається на задній опорі і складає приблизно  $x_{32} = 0,561$  м, що дещо більше, ніж відносне переміщення на передній опорі ( $x_{31} = 0,544$  м). Цей факт можна пояснити тим, що при зіткненні передня опора «довантажується» за рахунок випереджаючої дії амортизаторів на передній опорній платформі, а задня – «розвантажується» через податливість пружного зв'язку  $P_{21}$  між платформами зчепу, що і призводить до збільшення сил тертя на передній опорі, і їх зменшення на задній.

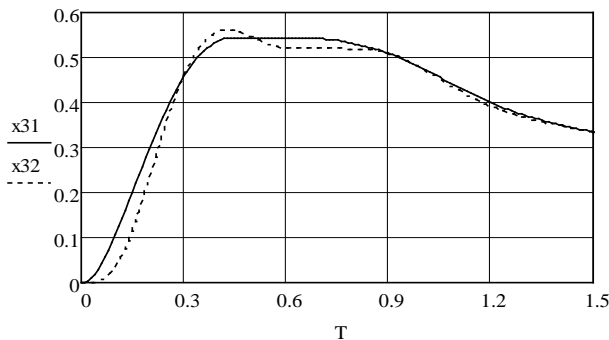


Рис. 3. Графіки зміни відносних переміщень ЦМ вантажу на опорах

На рис. 4 показано криві, що описують зміну поздовжніх прискорень ЦМ елементів системи в часі  $T$ . Символами  $DDx_i$ , ( $i = 1, 4$ ) позначені поздовжні прискорення  $\ddot{x}_1, \ddot{x}_2, \ddot{x}_3, \ddot{x}_4$  центрів мас транспортної системи відповідно.

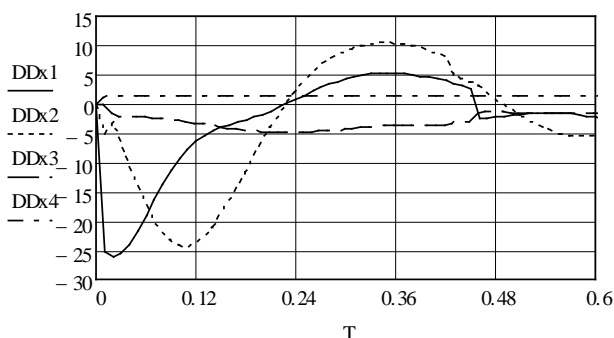


Рис. 4. Графіки зміни поздовжніх прискорень ЦМ елементів системи

Наведені криві дають можливість кількісно оцінити ефективність застосування запропонованих

амортизуючих вантажоопорних вузлів: для несучих платформ модуль поздовжнього прискорення складає  $|\ddot{x}_1|_{\max} = 25,23$  м/с<sup>2</sup>, а для вантажу ця величина не перевищує  $|\ddot{x}_3|_{\max} = 4,94$  м/с<sup>2</sup>. Якби вантаж був закріплений на зчепі опорних платформ відповідно до традиційного «жорсткого» способу з нерухомою фіксацією на передній опорній платформі, то модуль його поздовжнього прискорення  $|\ddot{x}_3|_{\max}$  можна було ототожнити з модулем поздовжнього прискорення передньої опорної платформи  $|\ddot{x}_1|_{\max}$ . А ця величина в п'ять-шість разів більше, ніж при запропонованому «податливому» способі закріплення вантажу на вагонах.

За результатами числового аналізу на основі розробленої математичної моделі динамічної системи були встановлені наступні **закономірності**:

- чим більше радіус  $R$  циліндричних поверхонь амортизаторів, тим менше модуль поздовжнього прискорення  $|\ddot{x}_3|$  вантажу в межах амортизуючого ходу верхніх рухомих рам;
- зі зменшенням радіуса  $R$  циліндричних поверхонь амортизаторів зменшуються відносні переміщення вантажу на опорах, а також модуль поздовжнього прискорення  $|\ddot{x}_2|$  задньої опорної платформи, проте збільшується модуль поздовжнього прискорення  $|\ddot{x}_1|$  передньої платформи;
- величина радіуса  $R$  циліндричних поверхонь є потужним регулятором рівня динамічних опорних реакцій: з його збільшенням зменшуються як поздовжні, так і вертикальні складові реакцій амортизуючих опор;
- збільшення коефіцієнта тертя ковзання  $\mu$  на амортизуючих опорах призводить до різнонаправленого динамічного ефекту: до зменшення вертикальних складових реакцій, що діють на вантаж, з одночасним збільшенням поздовжніх складових цих же реакцій;
- збільшення маси вантажу  $m_3$  призводить до зменшення максимальної амплітуди модуля  $|\ddot{x}_3|$  поздовжнього прискорення вантажу, модуля поздовжнього прискорення  $|\ddot{x}_2|$  задньої опорної платформи і відносного переміщення вантажу на опорах;
- найбільший вплив на модуль поздовжнього прискорення  $|\ddot{x}_3|$  вантажу здійснює величина початкової швидкості  $V_0$  зіткнення: тут спостерігається пряма залежність модуля поздовжнього прискорення  $|\ddot{x}_3|$  від  $V_0$  з великим кутом нахилу відносно осі  $V_0$ ;
- використання амортизуючих вузлів призводить до зменшення динамічних впливів на опорні платформи в порівнянні з жорстким способом кріплення: для передньої платформи модуль

поздовжнього прискорення знижується в два рази, а зусилля в передній парі автотягачів – в чотири рази.

**Висновки.** Встановлено, що для значного зниження рівня поздовжніх інерційних навантажень на транспортовані залізницею вантажі потрібно змінити традиційний «жорсткий» спосіб їх закріплення відносно опорних платформ на «рухомо-регульований» спосіб із використанням амортизуючих вузлів із сухим тертям. Числовий аналіз

за розробленою математичною моделлю показав, що при використанні запропонованих амортизаторів рівень динамічних впливів на транспортовані вантажі можна зменшити більш ніж в 6 разів у порівнянні з існуючим традиційним способом їх закріплення. Показано, що радіус циліндричних поверхонь амортизуючих опор є потужним регулятором рівня динамічних впливів на вантажі і несучі платформи.

#### Список літератури:

1. Васильєв С.М. Порівняльний аналіз динамічних характеристик турнікетно-закріплюючих пристроїв роликів, полозкового та клинового типу // Вісник Дніпр. нац. ун-у заліз. трансп., 2008, № 23. С. 16–19.
2. Васильєв С.М., Железняков А.Д., Целковікова Л.П. Моделювання зіткнень вагонів при сухому терті в опорах вантажу // Вісник Дніпр. нац. ун-у заліз. трансп., 2016, № 4 (64). С. 116–124. doi 10.15802/stp2016/77990
3. Державні будівельні норми України. Навантаження і впливи. ДБН В1.2.-2:2006. – К., 2006, 59 с.
4. Кільчевський Н.А. Теорія зіткнення твердих тіл. К.: Наук. думка, 1969, 246 с.
5. Лазарян В. А. Моделювання зіткнення зчепів з вагонів з рухомими хребтовими балками / В. А. Лазарян, Є. П. Блохін, Л. А. Манашкін // Праці ДПТ, Дніп-ськ, 1968. Вип. 76. С. 26–33.
6. Лазарян В.А. Динаміка транспортних засобів: вибрані праці. К.: Наук. думка, 1985. 527 с.
7. Легеца В.П. Динаміка механічних систем з вантажоопорними вузлами, що реалізують голономні та неголономні в'язі. Автореф. канд. фіз.-матем. наук. Донецьк: ППММ АН УРСР, 1988. 22 с.
8. Легеца В.П. Застосування теорії роликів амортизаторів для віброзахисту транспортних конструкцій // Пробл. міцності, 2006. № 2. С. 147–155.
9. Манашкін Л.А. Динаміка вагонів, зчепів та поїздів при поздовжніх ударах. Автореф. докт. техн. наук. Дніпр-ськ, 1979. 42 с.
10. Манашкін Л.А., Мямлін С. В., Приходько В. І. Гасителі коливальних і амортизатори ударів рейкових екіпажів (математичні моделі). Монографія. Вид-во Дніпр. нац. ун-у заліз. трансп. 2007, 196 с.
11. Пастушенко В.І. Динамічні впливи на залізобетонні конструкції під час перевезення залізничним транспортом. Автореф. канд. техн. наук. К.: НДІБК, 1984. 21 с.
12. Технічні умови розміщення та кріплення вантажів. Додаток 3 до УМВС. Редакція від 01.07.2022 г. – К.: Девольта, 2022. 468 с.
13. Ушкалов В.Ф. та ін. Математичне моделювання коливальних рейкових транспортних засобів / В. Ф. Ушкалов, Л. М. Резников, В. С. Іккол та ін.; під ред. В. Ф. Ушкалова. К.: Наук. думка, 1989. – 240 с.
14. Шатунов А.В. Навантаженість зчепів з двох платформ при ресурсозберігаючому способі транспортування довгомірних вантажів. Автореф. канд. техн. наук. Дніпр. ін-т інж. ж.-д. трансп. – Дніп-к, 1992, 17 с.
15. Andersson N., Andersson P., Bylander R., Sökjer-Petersen S., Zether B. Equipment for rational securing of cargo on railway wagons (jvgRASLA3). – Sweden: MariTerm AB, 2004. 228 p.
16. Ansari M, Esmailzadeh E, Younesian D. Longitudinal dynamics of freight trains // Int. J. Heavy Veh. Syst. – 2009. – 16(1/2). – P. 102–131.
17. Belforte P., Cheli F., Diana G., Melzi S. Numerical and experimental approach for the evaluation of severe longitudinal dynamics of heavy freight trains // Veh. Syst. Dyn. 2008. 46 (Suppl.). P. 937–955.
18. Cole C. Improvements to Wagon connection modelling for longitudinal train simulation // Proc. of Conf. on Railway Eng. Rockhampton, 1998. –. 187–194.
19. Cole C. Longitudinal train dynamics. In: Iwnicki S. (ed.). Handbook of Railway Vehicle Dynamics. –London: Taylor & Francis, 2006. P. 239–278.
20. Cole C., Spiryagin M., Wu Q., Sun Y.Q. Modeling, simulation and applications of longitudinal train dynamics // Vehicle System Dynamics. 2017. 55, N 10. P. 1498–1571.
21. Diana G., Cheli F., Belforte P., Melzi S. Numerical and experimental investigation of heavy freight train dynamics // Proceedings of IMECE. Wash-n; 2007, P. 1–10.
22. Legeza V.P., Neshchadym O. M. A mathematical model of the dynamic behavior of a transportation system with pendulum shock absorbers // Strength of Materials, 2022, Vol. 54, No. 3, 396-406. <https://doi.org/10.1007/s11223-022-00415-1>
23. Legeza V., Dychka I., Hadyaniak R., Oleshchenko L. Mathematical Model of the Dynamics in a One Nonholonomic Vibration Protection System // Int. J. of Intelligent Systems and Applications (IJISA). 2018. 10, No. 10 P. 20–26.
24. Loading Guidelines Code of practice for the loading and securing of goods on railway wagons. Volume 2. Goods Version 01/04/2019, 3- rd edition. – Int. Union Railways 2019.
25. Wu Q., Spiryagin M., Cole C. Longitudinal train dynamics: an overview // Vehicle System Dynamics. – 2016. 54. N 12. P. 1688–1714.

**Legeza V.P., Neshchadym O.M. MATHEMATICAL MODEL OF THE DAMPING PROCESS OF LONGITUDINAL IMPACTS IN A SYSTEM WITH DRY FRICTION SHOCK ABSORBERS**

*A new damping system for longitudinal transport impacts on large loads based on the use of special damping dry friction turnstiles is proposed. The work simulates an extreme variant of the dynamic load of a four-mass transport system with the proposed load depreciation system. The construction of the equations of motion of the elements of the transport system was carried out using the D'Alembert method. The dynamics of the system was studied using mathematical modeling methods and the theory of oscillations of coupled mechanical systems with a finite number of degrees of freedom. The resulting system of four significantly nonlinear differential equations of motion was integrated by numerical methods using the developed program. In the course of numerical experiments, the main regulatory characteristics of the proposed shock absorbers, which affect the quality of their functioning, were established. It is shown that the radius of cylindrical surfaces of shock-absorbing load-bearing nodes is a powerful regulator of the level of dynamic loads on transported structures and support platforms. A quantitative assessment of the effectiveness of the use of dry friction shock absorbers in reducing the level of dynamic impact on cargo is given. It is shown that when using the proposed shock absorbers, the level of longitudinal dynamic effects on cargo can be reduced by more than 6 times compared to the existing traditional method of railway transportation. As a result of the numerical analysis of the dynamic behavior of the transport system, it was established that in order to significantly reduce the level of longitudinal transport impact on the cargo, their fixation relative to the wagons should be carried out in a "movement-regulated manner" (in contrast to the traditional "rigid" fixation of the cargo on support platforms). The use of shock-absorbing nodes also leads to a reduction of dynamic effects on the support platforms in comparison with the "hard" method of attaching loads.*

**Key words:** *mathematical model, damping process, transport system, turnstile, dry friction shock absorber, longitudinal dynamic effects.*